(Ova stranica je ostavljena prazna)

ODREĐENI INTEGRAL

§ 1. Pojam određenog integrala

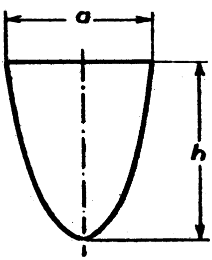
1592. Pomoću integrala izraziti površinu figure ograničene sledećim linijama:

1) koordinatnim osama, pravom $x=3$ i parabolom $y=x^2+1$;
2) apscisnom osom, pravama $x=a$ i $x=b\,(b>a)$ i krivom $y=e^x+2$;
3) apscisnom osom i lukom sinusoide u intervalu $[0, \pi]$.
4) parabolama $y=x^2$ i $y=8-x^2$;
5) parabolama $y=x^2$ i $y=\sqrt{x}$;
6) krivim $y=\ln x$ i $y=\ln^2 x$.

1593. Figura je ograničena apscisnom osom i pravama $y=2x$, $x=4$ i $x=6$. Naći površinu upisane i opisane stepeničaste figure, razdelivši interval $[4; 6]$ na n jednakih delova; uveriti se da oba dobijena izraza teže istoj graničnoj vrednosti S, površini figure. Naći apsolutnu i relativnu grešku koja se čini pri zameni date površine površinama upisane i opisane stepeničaste figure.

1594. Krivolinijski trapez nad intervalom $[2; 3]$ ograničen je lukom parabole $y=x^2$; naći apsolutnu i relativnu grešku koja se čini pri zameni njegove površine površinom upisane stepeničaste figure koja se sastoji iz 10 stepenika.

1595. Izračunati površinu figure ograničene parabolom $x=\dfrac{x^2}{2}$, pravama $x=3$ i $x=6$ i apscisnom osom.



Sl. 36

1596. Izračunati površinu paraboličnog segmenta, ograničenog lukom parabole $y=x^2$ i odgovarajućom tetivom koja leži na pravoj $y=2x+3$.

1597. Izračunati površinu paraboličnog segmenta, osnovice $a=10\,cm$ i visine $h=6\,cm$ (sl. 36).

1598. Izračunati površinu figure ograničene parabolom $y=x^2-4x+5$, apscisnom osom i pravama $x=3$ i $x=5$.

1599. Izračunati površinu figure ograničene lucima parabola $y=\dfrac{1}{4}x^2$ i $y=3-\dfrac{x^2}{2}$.

1600. Izračunati površinu figure ograničene parabolama $y=x^2-6x+10$ i $y=6x-x^2$.

1601. Izračunati površinu ograničenu parabolom $y = x^2 - 2x + 2$, njenom tangentom u tački (3; 5) i koordinatnim osama.

1602. Materijalna tačka kreće se brzinom $v = 2t + 4\ cm/sec$; naći put koji pređe tačka za prvih 10 *sec*.

1603. Brzina v pri slobodnom padanju je $= gt$; naći put pređen za prvih 5 *sec* od početka padanja.

1604. Brzina kretanja je proporcionalna kvadratu vremena, i na kraju 4—te sekunde iznosi 1 *sm/sek*. Koliki je put pređen za prvih 10 *sek.*?

1605. Iz fizike se zna da je sila, koja dejstvuje nasuprot istezanja opruge, proporcionalna dužini istezanja (Hukov zakon). Pri istezanju opruge za 4 *cm* izvrši se rad od 100 džula. Koliki se rad izvrši pri istezanju opruge za 10 *cm*?

1606. Da bi se istegla opruga za 2 *cm* treba izvršiti rad od 20 džula; koliko će biti istezanje opruge za koje je potreban rad od 80 džula?

1607. Brzina v radiaktivnog raspadanja je data funkcija vremena: $v = v(t)$. Izraziti količinu m radioaktivne supstance, koja se raspadne u vremenskom intervalu od trenutka T_0 do trenutka T_1 — na dva načina: a) približno — zbirom. i b) tačno — pomoću intervala.

1608. Brzina zagrevanja tela data je funkcija vremena $\psi(t)$. Za koliko se stepeni θ zagreje telo od momenta T_0 do momenta T_1? Rešenje izraziti: a) približno — zbirom, i b) tačno — pomoću integrala.

1609. Jačina promenljive struje je data funkcija vremena: $I = I(t)$. Izraziti (približno — zbirom, i tačno — integralom) količinu Q elektriciteta koja prođe kroz poprečni presek provodnika u toku T sekundi od početka opita.

1610. Napon U promenjive struje je data funkcija vremena: $U = \varphi(t)$; jačina I je takođe data funkcija vremena: $I = \psi(t)$. Izraziti rad A struje u vremenskom intervalu od momenta T_0 do momenta T_1: a) približno — zbirom, i b) tačno — pomoću integrala.

1611. Električno kolo napaja se iz baterije akumulatora; u toku 10 *min* napon na klemama ravnomerno opada od vrednosti $U_0 = 60\ V$ do $U = 40\ V$, dok je otpor kola $R = 20\ \Omega$. Naći količinu elektriciteta koja protekne kroz kolo u toku 10 *min*.

1612. Napon električnog kola ravnomerno opada za 1,5 V u minutu; početna vrednost napona je 120 V, a otpor kola je 60 Ω. Izračunati rad struje u toku 5 *min* (samoindukcija i kapacitet kola se zanemaruju).

1613. U električno kolo se ravnomerno uvodi napon, koji je u početku opita bio $= 0$, a do kraja prvog minuta dostigao je vrednost od 120 V; otpor kola iznosi 100 Ω, dok se samoindukcija i kapacitet zanemaruju. Izračunati rad struje u toku prvog minuta.

1614. Pravougaoni zid akvarijuma, napunjenog do vrha vodom, ima osnovicu a i visinu b; izraziti veličinu P pritiska vode na ceo zid: a) približno — pomoću zbira, i b) tačno — pomoću integrala.

1615. a) Izračunati silu P kojom voda pritiskuje na jedan od zidova akvarijuma, ako zid ima oblik pravougaonika osnovice $a = 60\ cm$ i visine $b = 25\ cm$; b) horizontalnom pravom podeliti zid akvarijuma tako da pritisci na oba dela budu jednaki.

Izračunavanje integrala sumiranjem

1616. Neposrednim sumiranjem i prelazom na graničnu vrednost izračunati integral $\int_0^1 e^x\,dx$ (Interval integracije podeliti na n jednakih delova).

1617. Neposrednim sumiranjem i prelazom na graničnu vrednost izračunati integral $\int_a^b x^k\,dx$ ako je k ceo pozitivan broj (interval integracije podeliti na podintervale tako da apscise deonih tačaka obrazuju geometrijski niz).

1618. Primenom obrasca izvedenog u prethodnom zadadatku izračunati integrale:

1) $\displaystyle\int_0^{10} x\,dx$; 2) $\displaystyle\int_{a-2}^{a+2} dx$; 3) $\displaystyle\int_{\frac{a}{2}}^{a} x^2\,dx$; 4) $\displaystyle\int_a^{2a} \frac{b^2x^2}{a^2}\,dx$;

5) $\displaystyle\int_0^a (3x^2-x+1)\,dx$; 6) $\displaystyle\int_0^m \frac{x^2+m^2}{m^2}\,dx$; 7) $\displaystyle\int_1^{2,5} (2x+1)^2\,dx$;

8) $\displaystyle\int_a^b (x-a)(x-b)\,dx$; 9) $\displaystyle\int_{-a}^0 \frac{(a+x)^2}{a}\,dx$; 10) $\displaystyle\int_0^1 \left(\frac{ax-b}{a-b}\right)^2 dx$;

11) $\displaystyle\int_0^2 x^3\,dx$; 12) $\displaystyle\int_1^3 \frac{x^4}{3}\,dx$; 13) $\displaystyle\int_0^1 \left(\frac{x^5}{7}-\frac{x^6}{6}\right) dx$.

1619*. Izračunati $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1^k+2^k+\cdots+n^k}{n^{k+1}}\right)$ za $k>0$. Izračunati približno $1^5+2^5+\cdots+100^5$.

1620. Neposrednim sumiranjem i prelazom na graničnu vrednost izračunati integral $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x}$ (interval integracije deliti tako da deone tačke obrazuju geometrijski niz).

1621. Za integral $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x}$ sastaviti integralni zbir deleći interval integracije na n jednakih delova; upoređujući rezultat sa rezultatom prethodnog zadatka izračunati:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}\right).$$

1622*. Izračunati $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{an}\right)$ (a je ceo broj). Izračunati približno

$$\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+\cdots+\frac{1}{300}\right)$$

1623*. Neposrednim sumiranjem i prelazom na graničnu vrednost izračunati integral:

$$1)\ \int_0^a xe^x\,dx;\qquad 2)\ \int_1^a \ln x\,dx;\qquad 3)\ \int_a^b \frac{\ln x}{x}\,dx.$$

(U prvom zadatku interval integracije podeliti na jednake delove, a u druga dva — kao u zadatku 1620).

§ 2. Osnovne osobine određenog integrala

Geometrijska interpretacija određenog integrala

1624. Izračunati pomoću integrala površinu ograničenu lukom sinusoide koji odgovara intervalu $[0, 2\pi]$ i apscisnom osom.

1625. Izračunati površinu ograničenu parabolom trećeg stepena $y=x^3$ i pravom $y=x$.

1626. Izračunati površinu ograničenu parabolama $y=x^2-2x-3$ i $y=-x^2+6x-3$.

1627. Izračunati površinu ograničenu krivim linijama $y=x^3-x$ i $y=x^4-1$.

Procena integrala

1628. Dokazati da je vrednost integrala $\int_0^{10}\frac{x\,dx}{x^3+16}$ manja od $\frac{5}{6}$.

1629. Dokazati da vrednost integrala $\int_0^2 e^{x^2-x}\,dx$ leži između $\frac{2}{\sqrt[4]{e}}$ i $2e^2$.

U zadacima 1630 — 1635 procenti vrednost integrala.

1630. $\int\limits_{1,5}^{3,5} \frac{x^2\,dx}{x-1}$. **1631.** $\int\limits_{0}^{2} \frac{x^2+5}{x^2+2}\,dx$.

1632. $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (1+\sin^2 x)\,dx$. **1633.** $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}} \frac{x}{1+x^2}\,dx$.

1634. $\int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x\,dx$. **1635.** $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e} x^2 e^{-x^2}\,dx$.

1636. Utvrditi (bez izračunavanja) koji integral ima veću vrednost:

1) $\int\limits_0^1 x^2\,dx$ ili $\int\limits_0^1 x^3\,dx$? 2) $\int\limits_1^2 x^2\,dx$ ili $\int\limits_1^2 x^3\,dx$?

1637. Utvrditi koji integral ima veću vrednost:

1) $\int\limits_0^1 2^{x^2}\,dx$ ili $\int\limits_0^1 2^{x^3}\,dx$? 2) $\int\limits_1^2 2^{x^2}\,dx$ ili $\int\limits_1^2 2^{x^3}\,dx$?

3) $\int\limits_1^2 \ln x\,dx$ ili $\int\limits_1^2 (\ln x)^2\,dx$? 4) $\int\limits_3^4 \ln x\,dx$ ili $\int\limits_3^4 (\ln x)^2\,dx$?

1638. Koristeći nejednakost Bunjakovskog

$$\int\limits_a^b f_1(x)\,f_2(x)\,dx < \sqrt{\int\limits_a^b [f_1(x)]^2\,dx}\sqrt{\int\limits_a^b [f_2(x)]^2\,dx}.$$

dokazati da je $\int\limits_0^1 \sqrt{1+x^3}\,dx < \frac{\sqrt{5}}{2}$; uveriti se da primena opšteg pravila daje grublju ocenu.

1639. Na osnovu geometrijskih rasuđivanja dokazati sledeće stavove:

a) ako je funkcija $f(x)$ u intervalu $[a, b]$ rastuća i ima konkavan grafik, onda je

$$(b-a)\,f(a) < \int\limits_a^b f(x)\,(dx) < (b-a)\,\frac{f(a)+f(b)}{2};$$

b) ako je funkcija $f(x)$ u intervalu $[a, b]$ rastuća i ima konveksan grafik, onda je

$$(b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2} < \int_a^b f(x)\,dx < (b-a)f(b).$$

1640* Procenti integral $\int_2^3 \frac{x^2\,dx}{1+x^2}$.

1641. Procenti integral $\int_0^1 \sqrt{1+x^4}\,dx$ primenom

a) osnovne teoreme o oceni integrala;
b) rezultata zadatka 1639;
c) nejednakosti Bunjakovskog (vidi zadatak 1638).

Srednja vrednost funkcije

1642. Izračunati srednju vrednost linearne funkcije $y=kx+b$ u intervalu $[x_1, x_2]$; naći tačku u kojoj funkcija uzima tu vrednost.

1643. Izračunati srednju vrednost kvadratne funkcije $y=ax^2$ u intervalu $[x_1, x_2]$; koliko ima tačaka u intervalu u kojima funkcija uzima tu vrednost?

1644. Izračunati srednju vrednost funkcije $y=2x^2+3x+3$ u intervalu $[1, 4]$.

1645. Na osnovu geometrijskog rasuđivanja izračunati srednju vrednost funkcije $y=\sqrt{a^2-x^2}$ u intervalu $[-a, a]$.

1646. Na osnovu geometrijskog rasuđivanja naći srednju vrednost neprekidne neparne funkcije u intervalu simetričnom u odnosu na koordinatni početak.

1647. Presek žljeba ima oblik paraboličnog segmenta, čija je osnovica $a=1\,m$ a dubina $h=1{,}5\,m$ (vidi sl. 36); naći srednju dubinu žljeba.

1648. Napon električnog kola u toku jednog minuta ravnomerno raste od $U_0=100\,V$ do $U_1=120\,V$, a otpor kola je $10\,\Omega$; naći srednju jačinu struje za to vreme.

1649. Napon električnog kola ravnomerno opada brzinom od $0{,}4\,V$ u minutu; početni napon je $100\,V$, a otpor kola je $5\,\Omega$. Naći srednji efekat struje u toku prvog sata rada.

Integral s promenljivom granicom

1650. Naći izraz za integral sa promenljivom gornjom granicom:

1) $\int_0^x x^2\,dx$; 2) $\int_a^x x^5\,dx$; 3) $\int_1^x \left(\frac{x^3}{5}-\frac{x^2}{4}\right)dx$.

1651. Brzina kretanja tela je proporcionalna kvadratu vremena. Naći zavisnost pređenog puta s od vremena t znajući da je za prva tri sekunda telo prešlo $18\,cm$, a kretanje je počelo u trenutku $t=0$.

1652. Sila koja dejstvuje na materijalnu tačku menja se ravnomerno u zavisnosti od pređenog puta; u početnoj tački puta ona je iznosila $100\,N$, a dok se tačka pomeri za $10\,m$ sila je porasla na $600\,N$. Izraziti rad kao funkciju od puta.

1653. Napon električnog kola menja se ravnomerno od vrednosti U_1 za $t=t_1$ do vrednosti U_2 za $t=t_2$; otpor R je konstantan, a samoindukcija i kapacitet se zanemaruju. Izraziti rad struje kao funkciju vremena t merenog od početka opita.

1654. Toplotni kapacitet c tela zavisi od temperature t ovako: $c=c_0+$ $+\alpha t+\beta t^2$; izraziti količinu toplote koju dobije telo pri zagrevanju od 0 do t kao funkciju temperature t.

1655. Krivolinijski trapez ograničen je parabolom $y=x^2$, apscisnom osom i pravom $x=x_0$. Naći priraštaj ΔS i diferencijal dS površine trapeza za $x_0=10$ i $\Delta x=0{,}1$.

1656. Krivolinijski trapez ograničen je krivom $y=\sqrt{x^2+16}$ koordinatnim osama i pravom $x=x_0$; naći vrednost diferencijala dS površine trapeza za $x_0=3$ i $\Delta x=0{,}2$.

1657. Krivolinijski trapez ograničen je krivom $y=x^3$, apscisnom osom i pravom $x=x_0$; naći vrednosti priraštaja ΔS površine, njenog diferencijala dS, apsolutnu (α) i relativnu $\left(\delta=\frac{\alpha}{dS}\right)$ grešku koja nastaje kad se priraštaj zameni diferencijalom, za $x=4$ a Δx uzima vrednosti 1; 0,1 i 0,01.

1658. Naći izvod funkcije

$$y=\int_0^x \frac{1-t+t^2}{1+t+t^2}\,dt \quad \text{za} \quad x=1.$$

1659. Naći izvod funkcije

$$y=\int_0^x \sin x\,dx \quad \text{za} \quad x=0, \quad x=\frac{\pi}{4} \text{ i } x=\frac{\pi}{2}.$$

1660. Koliki je izvod integrala sa konstantnom gornjom a promenljivom donjom granicom — po donjoj granici?

1661. Naći izvod funkcije

$$y=\int_x^5 \sqrt{1+x^2}\,dx \quad \text{za} \quad x=0 \text{ i } x=\frac{3}{4}.$$

1662. Naći izvod po x funkcije

$$y=\int_0^{2x} \frac{\sin x}{x}\,dx.$$

1663. Naći izvod po x funkcije

$$1)\ \int_{2}^{e^x} \frac{\ln z}{z}\,dz; \qquad 2)\ \int_{x^2}^{1} \ln x\,dx.$$

1664*. Naći izvod po x funkcije $\int_{x}^{2x} \ln^2 x\,dx$.

1665. Naći izvod y' po x funkcije definisane implicitno:

$$\int_0^y e^t\,dt + \int_0^x \cos t\,dt = 0.$$

1666. Naći izvod po x funkcije y definisane parametarski:

$$1)\ x = \int_0^t \sin t\,dt, \qquad y = \int_0^t \cos t\,dt.;$$

$$2)\ x = \int_1^{t^2} t \ln t\,dt, \qquad y = \int_{t^2}^{1} t^2 \ln t\,dt.$$

1667. Naći vrednost drugog izvoda po z funkcije

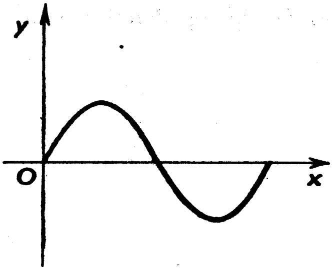
$$y = \int_0^{z^2} \frac{dx}{1+x^3} \text{ za } z = 1.$$

1668. Naći tačku ekstremuma funkcije $I(x) = \int_0^x x e^{-x^2}\,dx$.

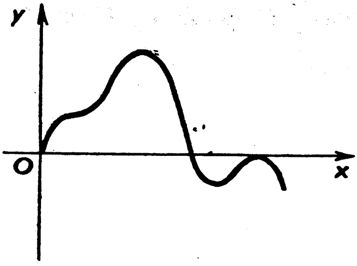
1669. Naći krivinu krive $y = \int_0^x (1+t)\ln(1+t)\,dt$ u tački $(0,\ 0)$.

1670. Naći tačke ekstemuma funkcije $y = \int_0^x (x^2 - 3x + 2)\,dx$ i prevojne tačke njenog grafika, i nacrtati taj grafik.

1671. Na sl. 37 i 38 dati su grafici dveju funkcija:



Sl. 37



Sl. 38

Na osnovu njih utvrditi izgled grafika njihovih primitivnih funkcijâ.

1672. Izabravši odgovarajuću primitivnu funkciju za x^k izračunati integrale:

1) $\int_1^4 \frac{dx}{x^2}$; 2) $\int_4^1 \frac{dx}{x^3}$; 3) $\int_1^9 3\sqrt{x}\,dx$; 4) $\int_1^2 \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 dx$;

5) $\int_4^9 \sqrt{x}(1+\sqrt{x})\,dx$; 6) $\int_1^2 (\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})\,dx$; 7) $\int_a^{2a} \frac{dx}{\sqrt{2ax}}$;

8) $\int_1^4 \frac{1+t}{\sqrt{t}}\,dt$; 9) $\int_a^b \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4}} (a>0,\ b>0)$; 10) $\int_{z_0}^{z_1} (\sqrt{z}-1)^2\,dz$.

1673. Koristeći osnovnu tablicu izvoda odabrati primitivnu funkciju i izračunati integral:

1) $\int_0^\pi \sin x\,dx$: 2) $\int_0^\pi \cos x\,dx$

(objasniti geometrijski smisao dobijenog rezultata).

3) $\int_0^3 e^x\,dx$; 4) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x\,dx$; 5) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$; 6) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

1674. Funkcija $f(x)$ ima jednake vrednosti u tačkama $x=a$ i $x=b$ i neprekidan izvod; koliki je $\int_a^b f'(x)\,dx$?

1675. Tangenta grafika funkcije $y=f(x)$ u tački sa apscisom $x=a$ zaklapa sa apscisnom osom ugao $\frac{\pi}{3}$, a u tački sa apscisom $x=b$—ugao $\frac{\pi}{4}$; izračunati $\int_a^b f''(x)\,dx$ i $\int_a^b f'(x)f''(x)\,dx$; uzimajući da je drugi izvod $f''(x)$ neprekidan.

(Ova stranica je ostavljena prazna)

REZULTATI

1592. 1) $\int\limits_0^3 (x^2+1)\,dx$; 2) $\int\limits_a^b (e^x+2)\,dx$; 3) $\int\limits_0^\pi \sin x\,dx$;

4) $\int\limits_{-2}^2 (8-2x^2)\,dx$; 5) $\int\limits_0^1 (\sqrt{x}-x^2)\,dx$; 6) $\int\limits_1^e (\ln x-\ln^2 x)\,dx$.

1593. $20-\frac{4}{n}$ i $20+\frac{4}{n}$; $\alpha=\frac{4}{n}$; $\sigma=\frac{1}{5n}$. **1594.** $\alpha=\frac{149}{600}\approx 0{,}248$, $\varepsilon\approx 0{,}039$.

1595. 31,5. **1596.** $10\frac{2}{3}$. **1597.** $\frac{2}{3}ah=40\ cm^2$. **1598.** $10\frac{2}{3}$.

1599. 8. **1600.** $21\frac{1}{3}$. **1601.** $2\frac{7}{8}$. **1602.** 140 *cm*. **1603.** $\approx 122{,}6\ m$.

1604. $20\frac{5}{6}\ cm$. **1605.** *J*. **1606.** 4 *cm*.

1607. a) $m_n=\sum\limits_{i=0}^{n-1} v(\xi_i)(t_{i+1}-t_i)$, $t_0=T_0$, $t_n=T_1$; b) $m=\int\limits_{T_0}^{T_1} v(t)\,dt$.

1608. a) $\theta_n=\sum\limits_{i=0}^{n-1} \psi(\xi_i)(t_{i+1}-t_i)$, $t_0=T_0$, $t_n=T_1$; b) $\theta=\int\limits_{T_0}^{T_1} \psi(t)\,dt$.

1609. $Q_n=\sum\limits_{i=0}^{n-1} I(\xi_i)(t_{i+1}-t_i)$, $t_0=0$, $t_n=T$; $Q=\int\limits_0^T I(t)\,dt$.

1610. a) $A_n=\sum\limits_{i=0}^{n-1} \varphi(\xi_i)\psi(\xi_i)(t_{i+1}-t_i)$, $t_0=T_0$, $t_n=T_1$; b) $A=\int\limits_{T_0}^{T_1} \varphi(t)\psi(t)\,dt$.

1611. 1500 kulona. **1612.** ≈ 67600 džula. **1613.** 2880 džula.

1614. a) $P_n=\sum\limits_{i=0}^{n-1} a\xi_i(x_{i+1}-x_i)$, $x_0=0$, $x_n=b$; b) $P=\int\limits_0^b ax\,dx$.

1615. a) $\frac{ab^2}{2}=18{,}75\ kG$; b) tražena prava će ležati $\frac{b}{\sqrt{2}}\approx 17{,}7\ cm$ ispod površine

1616. $e-1$. **1617.** $\frac{b^{k+1}-a^{k+1}}{k+1}$.

1618. 1) 50; 2) 4; 3) $\frac{7a^3}{24}$; 4) $\frac{7}{3}ab^2$; 5) $a\left(a^2-\frac{a}{2}+1\right)$; 6) $\frac{4}{3}m$; 7) 31,5; 8) $\frac{(a-b)^3}{6}$; 9) $\frac{a^2}{3}$; 10) $\frac{a(a^2-3ab+3b)}{3(a-b)^2}$; 11) 4; 12) $16\frac{2}{15}$; 13) 0.

1619*. $\frac{1}{k+1}$; $\approx 1{,}67\cdot 10^{11}$. Izraz čija se granična vrednost traži predstaviti u obliku n-tog stepena integralnog zbira neke funkcije.

1620. ln 2. **1621.** ln 2. **1622*.** $\ln a$, $\ln 3\approx 1{,}1$. Vidi zadatke 1620 i 1621.

1623*. 1) ae^a-e^a+1; 2) $a\ln a-a+1$; 3) $\frac{(\ln b)^2-(\ln a)^2}{2}$.

Izraz $q+2q^2+\cdots+nq^n$ izračunava se diferenciranjem zbira članova geometrijskog niza.

1624. $\int\limits_0^{2\pi}|\sin x|\,dx=2\int\limits_0^{\pi}\sin x\,dx$. **1625.** $\frac{1}{2}$. **1626.** $\frac{64}{3}$. **1627.** $\frac{8}{5}$.

1630. $7<I<9{,}8$. **1631.** $3<I<5$. **1632.** $\pi<I<2\pi$. **1633.** $\frac{20}{29}<I<1$.

1634. $\frac{\pi}{9}<I<\frac{2\pi}{3}$. **1635.** $\frac{e^2-1}{e^{e^2-1}}<I<\frac{e^2-1}{e^2}$.

1636. 1) Prvi; 2) drugi.

1637. 1) Prvi; 2) drugi; 3) prvi; 4) drugi.

1640*. $0{,}85<I<0{,}90$. Koristiti rezultat zadatka 1639.

1641. a) $1<I<\sqrt{2}\approx 1{,}414$;

b) $1<I<\frac{1+\sqrt{2}}{2}\approx 1{,}207$; c) $1<I<\sqrt{\frac{6}{5}}\approx 1{,}095$.

1642. $y_{sr}=\frac{k(x_1+x_2)}{2}+b$; $\frac{x_1+x_2}{2}$.

1643. $y_{sr}=\frac{a}{3}\left(x_1^2+x_1x_2+x_2^2\right)$. Ako je $y_1x_2>0$, onda samo jedna; ako je $x_1<0$ i $x_2>0$ onda dve ili jedna u zavisnosti od toga da li su uz to zadovoljene i nejednakosti $-\frac{x_1}{2}<x_2<-2x_1$ ili nisu.

1644. 24,5. **1645.** $\frac{\pi a}{4}$. **1646.** 0. **1647.** $\frac{2}{3}h=1$ m.

1648. 11 A. **1649.** $\sim$1558 W. **1650.** 1) $\frac{x^3}{3}$; 2) $\frac{x^6-a^6}{6}$; 3) $\frac{x^4-x^5}{20}$.

1651. $s=\frac{2}{3}t^3$. **1652.** $A=100s+25s^2$ džula, s je put u metrima.

1653. $A=\frac{1}{R}\left(\frac{\alpha^2}{3}t^3+\alpha\beta t^2+\beta^2 t\right)$, gde je $\alpha=\frac{E_2-E_1}{t_2-t_1}$, $\beta=\frac{E_1t_2-E_2t_1}{t_2-t_1}$.

1654. $Q=C_0t+\frac{\alpha}{2}t^2+\frac{\beta}{3}t^2$. **1655.** $dS=10$, $\Delta S=10{,}10033\ldots$ **1656.** $dS=1$.

1657.

Δx	ΔS	dS	α	δ
1	92,25	64	28,25	0,442
0,1	6,644	6,4	0,244	0,0382
0,01	0,6424	0,64	0,0024	0,00376.

1658. $\frac{1}{3}$. **1659.** 0; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 1. **1660.** $\frac{d}{dx}\int_x^a f(x)\,dx = -f(x)$.

1661. $-1, -\frac{5}{4}$. **1662.** $\frac{\sin 2x}{x}$. **1663.** 1) x; 2) $-4x\ln x$.

1664*. $2\ln^2 2x - \ln^2 x$. Predstaviti integral $\int_x^{2x} \ln^2 x\,dx$, u vidu zbira integrala

$$\int_x^a \ln^2 x\,dx + \int_a^{2x} \ln^2 x\,dx,$$ pri čemu je $a>0$.

1665. $y' = -\frac{\cos x}{e^y}$. **1666.** 1) $\frac{dy}{dx} = \operatorname{ctg} t$; 2) $\frac{dy}{dx} = -t^2$. **1667.** -2.

1668. Minimum za $x=0$ ($I(0)=0$. **1669.** 1.

1670. $y_{\max} = \frac{5}{6}$ za $x=1$, $y_{\min} = \frac{2}{3}$ za $x=2$. Prevojna tačka grafika je $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

1672. 2) $\frac{3}{4}$; 2) $-\frac{15}{32}$; 3) 52; 4) $4\frac{5}{6}$; 5) $45\frac{1}{6}$; 6) $\approx 0{,}08$; 7) $2-\sqrt{2}$;

8) $6\frac{2}{3}$; 9) $3\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}} - \frac{1}{\sqrt[3]{b}}\right)$; 10) $\frac{z_1^2 - z_0^2}{2} - \frac{4}{3}\left(\sqrt{z_1^3} - \sqrt{z_0^3}\right) + z_1 - z_0$.

1673. 1) 2; 2) 0; 3) e^3-1; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{4}$; 6) $\frac{\pi}{6}$. **1674.** 0. **1675.** $1-\sqrt{3}$; -1.